Цикл лекций
«Геометрическая теория функций и топология малых размерностей»
Красноярск, 8.12.2020 - 11.12.2020

Цикл лекций организован Региональным научно-образовательным математическим центром «Красноярский математический центр».

Лектор - д.ф.-м.н., профессор **Медных Александр Дмитриевич**, заведующий лабораторией теории функций Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН, заведующий кафедрой теории функций Новосибирского государственного университета, г. Новосибирск.

8 декабря 2020, 17.00
Геометрия узлов и зацеплений

Геометрия узлов и зацеплений, как наука, возникла в 70-х годах прошлого века в работах английского математика Роберта Райли и американского математика Уильяма Терстона. Основная идея заключалась в том, чтобы на дополнении к узлу или многокомпонентному зацеплению ввести геометрическую структуру. На удивление, наиболее подходящей геометрией здесь оказалась геометрия Лобачевского. Эта же геометрия охватывает «почти все» трехмерные многообразия. За этот результат У. Терстон в 1983 году получил Филдсовскую премию. Однако, есть еще семь геометрий, описывающих трехмерные многообразия и, в частности, расположенные в них узлы.

Цель доклада - рассказать каким образом на узлах возникает евклидова, сферическая и гиперболическая геометрии. Будут приведены точные аналитические формулы для вычисления объемов возникающих при этом конических многообразий.

9 декабря 2020, 17.00
Теория многогранников в пространствах постоянной кривизны

Будет дан исторический обзор результатов, посвященных вычислению площадей и объемов в пространствах постоянной кривизны. Будут рассмотрены неевклидовы аналоги классических формул Герона и Брахмагупты для треугольников и четырехугольников и детально обсуждены проблемы, связанные с вычислением объемов неевклидовых тетраэдров. Будут приведены формулы для объемов тетраэдров, полученные Лобачевским, Боляйи, Костером и Милнором. Основной акцент будет сделан на результаты, полученные современными авторами - Кимом и Чо, Мураками и Яно, Ушиджимой, Деревниным и Медных.

Будет показано, что наличие нетривиальных симметрий на многограннике существенно упрощает получение формул для его объема.

10 декабря 2020, 17.00

Подсчет остовных лесов и деревьев в графах

Спектр оператора Лапласа связного графа на n вершинах дается последовательностью $0 = \lambda_1 < \lambda_2 \leq ... \leq \lambda_n$. С каждым таким графом связаны три важных геометрических характеристики это число остовных (или порождающих) деревьев $t(n)$, число отмеченных остовных лесов $f(n)$ и индекс Кирхгофа $Kf(n)$.

Они выражаются соответственно формулами $t(n) = (1/n)\ \lambda_2\ \lambda_3\ ...\ \lambda_n$, $f(n) = (1+\lambda_1)(1+\lambda_2)\ ...\ (1+\lambda_n)$ и $Kf(n) = n(1/\lambda_2 + 1/\lambda_3 + ... + 1/\lambda_n)$.

В приложениях теории графов к кристаллографии и статистической физики наиболее интересные случаи возникают при n стремящимся к бесконечности. В докладе рассматриваются графы, допускающие действие большой циклической группы автоморфизмов с малым числом орбит. Класс таких графов достаточно широк. Он включает в себя циркулянтные графы, графы Хаара, обобщенные графы Петерсена, *I*-, *Y*-, *H*-графы, дискретные торы и циркулянтные расслоения. В докладе будет показано, что в указанных случаях величины $t(n)$, $f(n)$ и $Kf(n)$ выражаются через полиномы Чебышева первого и второго рода $T_n(n) = \cos(n \arccos z)$ и $U_{n-1}(n) = \sin(n \arccos z) / \sin(\arccos z)$. Это позволяет найти их асимптотику и исследовать арифметические свойств.

11 декабря 2020, 17.00

Детские рисунки (карты на римановых поверхностях)

Детские рисунки как предмет математических исследований появились в известной программе А. Гротендика (1984), где для их изучения были намечены подходы, охватывающие теорию Галуа, теорию фуксовых групп, групп подстановок, теорию Тейхмюллера, алгебраическую геометрию и многие другие разделы современной математики. «Детские рисунок» обычно рисуется на замкнутой римановой поверхности таким образом, что его дополнение представляет из себя конечный набор топологических дисков, то есть областей, гомеоморфных кругу. Это позволяет использовать теорию униформизации римановых поверхностей, как один из способов описания интересующего нас объекта. Различным рисункам на поверхности отвечают различные подгруппы унифомизирующей фуксовой группы. При этом, рисунки гомеоморфны тогда и только тогда, когда соответствующие подгруппы сопряжены. Это позволяет свести проблему перечисления «детских рисунков» с точностью до гомеоморфизма к проблеме перечисления классов сопряженных подгрупп заданного индекса в заданной фуксовой группе. Обе проблемы были решены автором и его коллегами. Для нахождения явных формул, описывающих количество рисунков, был использован метод красноярского математика Г.П. Егорычева.

Красноярский математический центр
kmc@sfu-kras.ru